

Příklad 1:

Funkce hustoty pravděpodobnosti má tvar $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ pro $x > 0$. Ze zadání známe funkci hustoty pravděpodobnosti, která vypadá takto: $f(x) = 0,1e^{-0,1x}$. Z toho vyplývá, že $\lambda = 0,1$. Nyní už snadno vypočítáme střední hodnotu a rozptyl dle daných vzorců:

$$EX = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,1} = \mathbf{10}$$

$$\text{var}X = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{0,1^2} = \frac{1}{0,01} = \mathbf{100}$$

Příklad 2:

Ze zadání známe celkovou délku trasy a počet děr na trase. Z toho lze vypočítat průměrnou délku trasy mezi dvěma dírami:

$$\frac{10,5}{86} = 0,12209 \text{ km} = 122,09 \text{ m}$$

Jelikož se vlastně jedná o střední hodnotu rozdělení, lze ze vztahu $EX = \frac{1}{\lambda}$ vypočítat hodnotu λ :

$$\lambda = \frac{1}{EX} = \frac{1}{122,09} = 0,00819 \text{ děr/m}$$

Když známe λ , můžeme vypočítat pravděpodobnost díry na 100 m:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-0,00819 \cdot 100} = 0,559 = \mathbf{55,9 \%}$$

Ze stejného vzorce vypočítáme i vzdálenost pro 99% pravděpodobnost výskytu díry. Zde je pouze potřeba vyjádřit si proměnnou x , kterou chceme spočítat (pravděpodobnost máme zadanou):

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$F(x) - 1 = -e^{-\lambda x}$$

$$1 - F(x) = e^{-\lambda x}$$

$$\ln(1 - F(x)) = -\lambda x$$

$$x = \frac{\ln(1 - F(x))}{-\lambda} = \frac{\ln(1 - 0,99)}{-0,00819} = \mathbf{562,29 \text{ m}}$$

Příklad 3:

Ze zadání známe střední hodnotu rozdělení: $EX = \frac{1}{\lambda} = 2000$ hod. Z tohoto vztahu snadno získáme hodnotu $\lambda = \frac{1}{EX} = \frac{1}{2000} = 0,0005$ poruchy/hod. Funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce budou tedy vypadat následovně:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} = \mathbf{0,0005e^{-0,0005x} \text{ pro } x > 0}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = \mathbf{1 - e^{-0,0005x} \text{ pro } x > 0}$$

Dosazením do distribuční funkce pak získáme pravděpodobnost, že žárovka vydrží nejvýše 1000 hodin:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-0,0005 \cdot 1000} = 0,393 = \mathbf{39,3 \%}$$

Abychom získali pravděpodobnost určitého rozmezí (zde 1000 až 2500 hodin), je třeba vypočítat pravděpodobnosti pro obě hraniční hodnoty a ty následně od sebe odečíst. Pravděpodobnost, že žárovka vydrží nejvýše 1000 hodin již máme vypočítanou z předchozího kroku. Nyní je tedy potřeba vypočítat, jaká je pravděpodobnost, že žárovka vydrží nejvýše 2500 hodin:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-0,0005 \cdot 2500} = 0,713 = 71,3 \%$$

Z této pravděpodobnosti už jen odečteme pravděpodobnost, že žárovka vydrží nejvýše 1000 hodin (tahle část intervalu nás nezajímá):

$$F(x) = 0,713 - 0,393 = 0,32 = \mathbf{32 \%}$$