

Příklad 1

Při provozu balicího automatu dochází během dne k náhodným poruchám. Ze zkušenosti víme, že během jedné směny dojde v průměru ke dvou poruchám. Jaká je pravděpodobnost, že během 24 hodin (třisměnný provoz) nedojde k žádné poruše?

Nejprve si určíme střední hodnotu – víme že během 8 hodin dojde ke dvou poruchám. Během 24 hodin dojde tedy k šesti poruchám. Toto je střední hodnota. A jako x dosadíme 0, jelikož chceme zjistit pravděpodobnost pro situaci, kdy žádná porucha nenastane. Finální vzorec bude vypadat takto:

$$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} * e^{-\lambda} = \frac{6^0}{0!} * e^{-6} = 0,00248$$

Pravděpodobnost, že žádná chyba nenastane je tedy 0,25 %.

Příklad 2

K automatu přijde v průměru 30 zákazníků za 1/2 hodiny. Jaká je pravděpodobnost, že během příštích pěti minut přijde k automatu právě jeden zákazník? Vypočítejte také střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku.

Zjistíme si střední hodnotu a proměnnou x . Ze zadání vyplývá, že za 1 minutu přijde jeden zákazník (30 zákazníků/30minut). Protože chceme vědět pětiminutový interval, vynásobíme tuto hodnotu pěti – střední hodnota je 5 minut. A protože určujeme pravděpodobnost pro jednoho zákazníka, proměnná x je rovna jedné. Pravděpodobnostní funkce bude vypadat následovně:

$$p(x) = \frac{\lambda^x}{x!} * e^{-\lambda} = \frac{5^1}{1!} * e^{-5} = 0,0336$$

Pravděpodobnost, že během příštích pěti minut přijde právě jeden zákazník, je 3,36%.

Dále vypočítáme střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku:

- Střední hodnota: $E(X) = \lambda = 5$
- Rozptyl: $D(X) = \lambda = 5$
- Směrodatná odchylka: $\sigma = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\lambda} = \sqrt{5} = 2,236$

- dobnostní a distribuční funkce a zobrazte je graficky.
- Určete pravděpodobnost, že na náhodně vybrané ploše 1 m^2 nebude žádný plevel, vyrostou nejvýše 3 rostlinky plevelu, budou více než 3 rostlinky plevelu.
 - Určete střední hodnotu, rozptyl, směrodatnou odchylku, modus, koeficient šikmosti a špičatosti sledované náhodné veličiny.
- Při korektuře nové knihy se nalezne v průměru 40 chyb na 100 stran.
 - Jaká je pravděpodobnost, že na náhodně vybraných 20 stranách knihy bude více než 5 chyb, nepřekročí počet chyb 10, bude 5 až 10 chyb?
 - Určete střední hodnotu počtu chyb a nejpravděpodobnější počet chyb na těchto 20 stranách.
 - K automatu na prodej nápojů přijde v průměru 30 zákazníků za $1/2$ hodiny. Jaká je pravděpodobnost, že během příštích 5 minut:
 - přijde k automatu právě 1 zákazník,
 - přijdou k automatu nejvýše 2 zákazníci,
 - přijdou k automatu alespoň 3 zákazníci?
 Určete střední hodnotu, modus, rozptyl, směrodatnou odchylku počtu zákazníků, kteří přijdou k automatu během 5 minut.

Řešení.

- 0,00248;
- 0,00674;
- a) 0,073; b) 0,132;
- a) $p(x): \frac{4^x}{x!} e^{-4}$ pro $x = 0, 1, 2, \dots$; 0 jinak; b) 0,018; 0,433; 0,567; c) 4; 4; 2; 3 a 4; 0,5; 0,25;
- a) 0,809; 0,816; 0,716; b) 8; 7 a 8;
- a) 0,034; b) 0,125; c) 0,875; 5; 4 a 5; 5; 2,236.

$$D(X) = \sum_{x \in M} x^2 p(x) - \mu^2 = \pi^2$$

5.3 Binomické r

Náhodná veličina, její rozdělení, označení B pokusů, průměrný úspěš