

MULTIAGENTNÍ MODEL OBECNÍ PASTVINY

Výzkumná zpráva ze semestrálního projektu do 4IT495

Václav Belák
xbelv06@vse.cz

23. ledna 2009

Abstrakt

Model obecní pastviny jakožto příkladová situace nadměrné exploatace sdílených zdrojů je běžně analyzován v obecné formě metodami teorie her. Jako doporučení k řešení se běžně udává buďto privatizace, anebo byrokratická kontrola. Naší snahou bylo zkoumat daný problém více konkrétněji uvažováním i situovanosti dané pastviny vůči dalším zdrojům, jakými jsou přístupová cesta či voda, a tedy i vlivu těchto parametrů na optimalitu toho kterého opatření.

1 Definice problému

Obecní pastvina je modelem sdílených zdrojů, které mají omezenou kapacitu, při jejímž přečerpávání dochází k devastaci zdroje. Představa je následující:

Nechť existuje nějaká pastvina, jenž užíví n krav tak, že mají hmotnost h . Předpokládejme, že každý hospodář má po jednom kusu dobytku. Pro jednotlivé majitele krav jakožto celek je racionální další krávy nekupovat, neboť by tím docházelo k devastaci pastviny. Pro jednotlivce je však racionální další kus dobytku pořídit, neboť pak bude vlastnit daný hospodář 2 kusy dobytku o hmotnosti o něco nižší – $h - \varepsilon$, celkově je na tom však pořád lépe než předtím, neboť vlastní $2 * (h - \varepsilon)$. Ostatní jsou na tom však hůře právě o ε a tak si také pořídí

další krávu. Při čase τ pak

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} h = 0.$$

Pro tento výsledek se někdy hovoří o *tragédii obecní pastviny*¹.

Jako řešení se nabízí byrokratická kontrola, za kterou je však nutno platit např. ve formě daní, anebo privatizace pastviny.

Jak je patrné, jedná se o obecný model, který například vůbec neuvazuje tvar dané obecní pastviny, umístění dalších důležitých zdrojů pro dobytek, jakými jsou např. voda, případně situovanost pozemku vzhledem k přístupové cestě. Lze po uvážení těchto dodatečných kritérií pozemek rozdělit spravedlivě? Je za všech okolností privatizace lepším² řešením? Pokud ne, tak za jakých podmínek? Pokud ano, tak proč? Tyto otázky byly pro nás motivací pro vytvoření simulačního modelu, který by kromě pastviny samotné zahrnoval i přístupovou cestu, vodní tok, ke kterému chodí dobytek pít a samozřejmě dobytek a jeho majitele.

2 Použitá metoda pro simulaci

Základní myšlenku modelu obecní pastviny přednesenou v předchozí části této zprávy je možné analyzovat jakožto iterované věžňovo dilema s n hráči. K popsání a analýze našeho (rozšířeného) modelu je však nevhodná, neboť není s to zachytit všechny parametry modelu.

Další možností je živé pozorování, anebo reálná simulace. První nedává možnost prozkoumat citlivost modelu na proměnlivé hodnoty parametrů, druhá je zase velmi nákladná.

Třetí a námi zvolená metoda je užití multiagentního modelování, kdy celý systém je modelován zespoda. Jako prostředí byl vybrán systém NetLogo³.

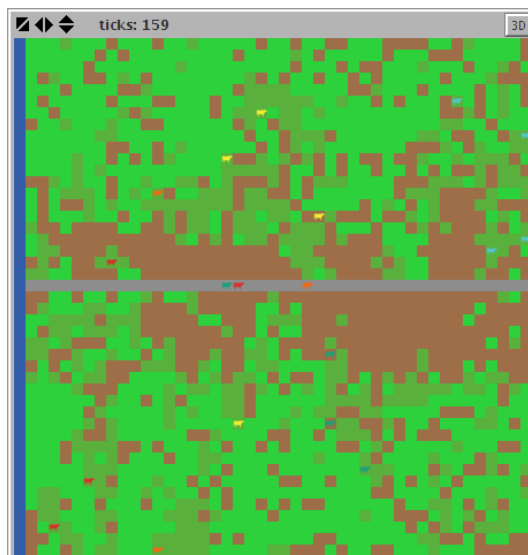
Multiagentní přístup byl zvolen zejména z těchto důvodů:

1. Kombinatorický prostor uvažovaného modelu je natolik velký, že nedovoluje jednoduché řešení klasickými analytickými prostředky jako např. teorií her.
2. Multiagentní přístup umožňuje sledovat vývoj systému, nikoliv pouze jen závěrečný stav, což umožňuje sledovat optimalitu opatření z hlediska času.

¹V anglické literatuře pak jako o *tragedy of the commons*.

²Rozuměj: ekonomicky výhodnějším.

³Dostupné na URL: <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>.



Obrázek 1: Ilustrace modelovaného světa

3. Vizualizace modelu ve formě agentů umožňuje snadný vhled do problematiky.
4. Chování jednotlivých agentů reprezentované pravidly je snadno vztazitelné i na reálné situace.

3 Popis modelu

3.1 Prostředí – svět

Modelované prostředí je tvořeno pravoúhlým rovnoběžníkem, dělené na malé stejně velké části tvaru čtverce. Každá tato část, dále dlaždice, má svého majitele – buďto patří hospodáři, nebo obci. Jednotlivé dlaždice buď představují vodu, cestu a vysokou či nízkou trávu. Cesta je vždy vodorovná a umístěná buďto doprostřed prostředí, anebo na jeho spodní část. Vodní tok má tvar buďto svislé přímky na samém levém okraji prostředí, anebo je vodorovný a umístěný ve spodní části prostředí. Pokud jsou jak cesta tak vodní tok umístěny vedle sebe, je cesta nad vodním tokem. V místech překryvu vodního toku a cesty je vodní tok.

Poznamenejme, že v celém modelu je za okolí nějaké pozice (dlaždice) považováno standardní osmičlenné okolí.

3.2 Parametry, proměnné a konstanty modelu

V této části uvádíme přehled parametrů, proměnných a konstant užitých v modelu. Jejich užití v modelu a vliv na chování je uveden v sekci 3.3.

3.2.1 Globální parametry

Globálními parametry se myslí veličiny, které jsou dostupné kterémukoliv agentu, tj. nejsou vázané na konkrétní agent. Tyto parametry se v průběhu modelu nemění. Jsou to:

1. Normální váha $h_{norm} = 400$
2. Maximální váha $h_{max} = 600$
3. Cena za krávu $c = 100$
4. Počet minulých stavů v paměti hospodáře $l = |p_a^{\vec{min}}| = |h_a^{\vec{min}}| = 100$
5. Počet kol, které je nutno čekat na koupi nové krávy $k_{min} = 50$
6. Averz k riziku $a_{risk} = 98$
7. Přírůstek z pastvy $h_{past}^{\Delta} = 5$
8. Žízňivost $z^{\Delta} = 0.001$
9. Maximální žízeň $z_{max} = 2$
10. Úbytek při nedostatku potravy (hubnutí) $h_{hubn}^{\Delta} = 1$
11. Rychlost růstu trávy $r_{rust} = 20$
12. Rychlost obnovy trávy $r_{obn} = 5$
13. Rychlost úspěchu $r_{sukc} = 1$
14. Minimální zákonem stanovená zeleň $g_{min}^{zak} \in \langle 0; 1 \rangle$
15. Cena za byrokracii $t \in \langle 0; \infty \rangle$
16. Opatření může být *byrokracie*, *privatizace*, nebo *žádné*
17. Vodní tok může být *vodorovně* nebo *kolmo*
18. Cesta může být *dole* nebo *uprostřed*
19. Počet hospodářů $n \in \langle 2, 9 \rangle$
20. Dobytku na hospodáře $d_h \in \langle 1, 100 \rangle$

3.2.2 Půda – dlaždice

Dlaždice mají také své vlastní parametry. Některé z nich se mění, některé nikoliv. Ty, které se mění, jsou označeny hvězdičkou.

1. Vlastník v_p , $v_p \in \mathfrak{S}$, kde $\mathfrak{S} = \{V_1, \dots, V_n\}$ je množina přípustných vlastníků⁴
2. Barva b^* , $b \in \beta$, kde $\beta = \{\text{modrá, hnědá, tmavězelená, světlezelená, šedá}\}$
3. Vzdálenost od vody d

Modrá barva představuje vodní tok, hnědá vypasenou dlaždici, světle zelená vysokou trávu, tmavě zelená nízkou trávu a konečně šedá pak představuje cestu.

3.2.3 Dobytek

Dobytek, dále taktéž krávy, má tyto charakteristiky, přičemž variabilní jsou označeny hvězdičkou:

1. Hmotnost h^* , $h \in \langle 200; 600 \rangle$
2. Žízeň z^* , $z \in \langle 0; z_{max} \rangle$
3. Vlastník v_d , $v_d \in \mathfrak{S}$

3.2.4 Hospodáři

Hospodáři mají jsou charakterizováni těmito parametry. Ty, které se v průběhu simulace mění, jsou označeny hvězdičkou.

1. Vlastníkem o , $o \in \mathfrak{S}$
2. Aktuální průměrná váha stáda $h_a^* \in \langle 0; h_{max} \rangle$
3. Aktuální počet krav ve stádu $p_a^* \in N^0$
4. Aktuální zeleň $g_a^* \in \langle 0; 1 \rangle$
5. Minulé počty krav ve stádu $p_a^{\vec{min}^*}$
6. Minulé průměrné váhy ve stádu $h_a^{\vec{min}^*}$
7. Počet kol, která uplynula od zakoupení poslední krávy $k_a^* \in N^0$
8. Zisk $s^* \in \mathfrak{R}$
9. Minimální podíl zeleně $g_{min}^* \in \langle 0; 1 \rangle$, na počátku nastaven na 0.5

⁴V námi implementovaném modelu je $n \leq 9$.

3.3 Běh modelu

V této části uvádíme jednotlivé procedury, které jsou sekvenčně vykonávány v každém kole běhu modelu. Uvedeny jsou v pořadí, v jakém jsou v modelu vykonávány. Na počátku je jedenkrát vytvořeno n hospodářů a každému je vytvořeno d_h kusů dobytka. Nový dobytek je vždy umístěn na cestu.

3.3.1 Růst trávy

Každá dlaždice s nízkou trávou je změněna na vysokou trávou s pravděpodobností $\frac{r_{rust}}{999}$. Každá dlaždice se zcela vypasenou trávou je převedena na nízkou trávou s pravděpodobností $\frac{r_{sukc} + r_{obn} * \frac{g_{okol}}{8}}{999}$, kde g_{okol} je počet dlaždic v osmičlenném okolí, které nejsou zcela vypaseny.

3.3.2 Pohyb krávy

Uvedená pravidla jsou uvedena sestupně dle priority.

1. Kráva vždy respektuje vlastnictví pozemku, takže pokud je opatřením privatizace, pohybuje se buďto po pozemku patřícím majiteli krávy, anebo po veřejných částech prostranství, kterými jsou vodní tok a cesta.
2. Pokud má kráva žízeň, tj. $z > 1$, tak jde na sousední dlaždici s nejmenší hodnotou d .
3. Pokud je na cestě a v okolí má přístupnou pastvu, jde na ní.
4. Pokud dojde na konec cesty, otočí se a jde zpátky.
5. Pokud je na pastvině a na aktuální dlaždici není již trávy, snaží se jít na nejbližší dlaždici s trávou, přičemž preferuje vysokou před nízkou trávou. Pokud v nejbližším sousedství tráva není, jde na pole, odkud je k trávě nejbližší.
6. Pokud je na nízké trávě, snaží se přemístit na nejbližší sousední dlaždici s vysokou trávou, pokud taková existuje.
7. Pokud je na vysoké trávě, zůstává na místě.
8. Pokud je na vodě a nemá žízeň, tj. $z \leq 1$, tak se snaží jít na sousední dlaždici, která není vodním tokem.
9. V ostatních případech si vybere náhodnou dlaždici ze svého okolí.

3.3.3 Pastva krávy

1. Krávě naroste žízeň o žíznivost, $z = z + z^\Delta$
2. Pokud $h < h_{max}$ a kráva je na dlaždici představující trávu, zvětší se její hmotnost o přírůstek z pastvy, tedy $h = h + h_{past}^\Delta$, přičemž vysoká tráva se změní na nízku a nízka se změní na vypasenou dlaždici.
3. Pokud $h \geq h_{max}$, hospodář krávu prodá a zvýší tak zisk o c , tedy $s = s + c$. Zároveň nakoupí novou krávu za $\frac{c}{4}$ o hmotnosti h_{norm} a zmenší tak svůj zisk o $\frac{c}{4}$. Taktéž zmenší svůj odhad minimální potřebné zeleně, tedy $g_{min} = g_{min} - 0.01$.

3.3.4 Hubnutí krávy

1. Všem krávám klesne hmotnost o h_{hubn}^Δ .
2. Pokud $h < \frac{h_{norm}}{2}$, kráva umírá na podvýživu, hospodář klesne zisk, tedy $s = s - c$, a zároveň hospodář změní svůj odhad minimální potřebné zeleně takto: $g_{min} = g_{min} + 0.1$.
3. Pokud $z > z_{max}$, kráva hyne žízní a hospodář je zmenšen zisk o c .

3.3.5 Rozhodování hospodáře

V této proceduře se hospodář rozhoduje, zda pořídí novou krávu či nikoliv. Při výpočtech je zohledňováno vlastnictví. Svá rozhodnutí může změnit, přičemž větší prioritu mají pozdější pravidla.

1. Jsou aktualizovány hodnoty p_a , h_a , jejichž výpočet je zřejmý.
2. Hodnota g_a je vypočtena jako podíl počtu dlaždic s trávou ku počtu dlaždic, které nejsou vodním tokem nebo cestou.
3. Hospodář se rozhodne pořídít krávu, pokud $k_a > k_{min}$.
4. Hospodář se nerozhodne pořídít krávu, pokud $p_{a_n}^{min} * h_{a_n}^{min} \geq p_a * h_a$, kde $p_{a_n}^{min}$, resp. $h_{a_n}^{min}$ je prvkem vektoru \vec{p}_a^{min} , resp. \vec{h}_a^{min} . Jinými slovy nepořídí novou krávu ve chvíli, kdy v historii měl větší celkovou hmotnost stáda.
5. Hospodář se rozhodne pořídít novou krávu s pravděpodobností $\frac{a_{risk}}{99}$, stále však za předpokladu, že $k_a > k_{min}$.
6. Pokud $g_a < g_{min}$ a půda je privatizovaná, rozhodne se krávu nepořídít.

7. Pokud je opatřením byrokracie a pokud $g_a < g_{min}^{zak}$, rozhodne se krávu nepořídít, resp. je mu to zakázáno.
8. Za pořízenou krávu o hmotnosti h_{norm} se mu sníží zisk o $\frac{c}{4}$.
9. Hospodáři jsou uloženy do paměti hodnoty p_a a h_a do vektorů \vec{p}_a^{min} a \vec{h}_a^{min} . Pokud dosáhl počet prvků maxima l , jsou zapomínány nejstarší údaje. Tyto vektory tak představují fronty typu FIFO.

3.3.6 Zdanění hospodáře

Každému hospodář je v případě, že zvoleným opatřením je byrokracie, snížen zisk o t .

3.4 Komentář k rozhraní implementovaného modelu v systému NetLogo

Grafické rozhraní vytvořeného modelu umožňuje měnit pouze několik základních parametrů. Důvodem je to, že jinak by se celé rozhraní stalo velmi nepřehledné a mnoho z uvedených parametrů má v první řadě hlavně implementační význam. Z GUI tedy lze měnit jen tvar vodního toku, tvar cesty, počet hospodářů, počet dobytku na hospodáře, minimální zákonem stanovená zeleň, cena byrokracie, opatření a přepínač pro zapnutí a vypnutí detailních výpisů průběhu.

Poznamenejme však, že ostatní parametry jsou implementovány jako pojmenované proměnné, takže je lze bez většího úsilí včlenit do grafického rozhraní NetLogo.

4 Výsledky

Uskutečnili jsme experiment sestávající ze 60 různých kombinací těchto parametrů:

- Všechny možnosti tvaru vodního toku, cesty a opatření.
- $g_{min}^{zak} \in \{0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1\}$
- $n = 5$
- $t = 1$
- $d_h = 2$

voda	cesta	g_{min}^{zak}	opatření	h_c	\bar{p}_c	\bar{s}_c
vodorovne	uprostred	1	byrokracie	500,1	2	2942,5
kolmo	uprostred	0,8	byrokracie	492,8	2	2935
vodorovne	uprostred	0,8	byrokracie	499,8	2	2935
kolmo	uprostred	1	byrokracie	426,25	1,6	2367,5
kolmo	uprostred	0,4	privatizace	387,75	1,5	1667,5
vodorovne	uprostred	0,4	privatizace	419,87	2,2	1422,5
vodorovne	uprostred	1	privatizace	450,02	2,3	1417,5
vodorovne	dole	1	byrokracie	456,98	2,2	1577,5
kolmo	dole	0,6	byrokracie	447,03	2,4	1420
vodorovne	dole	0,4	privatizace	423,58	2,1	1242,5
vodorovne	uprostred	0,2	privatizace	425,33	1,7	1230

Tabulka 1: Nejlepší kombinace

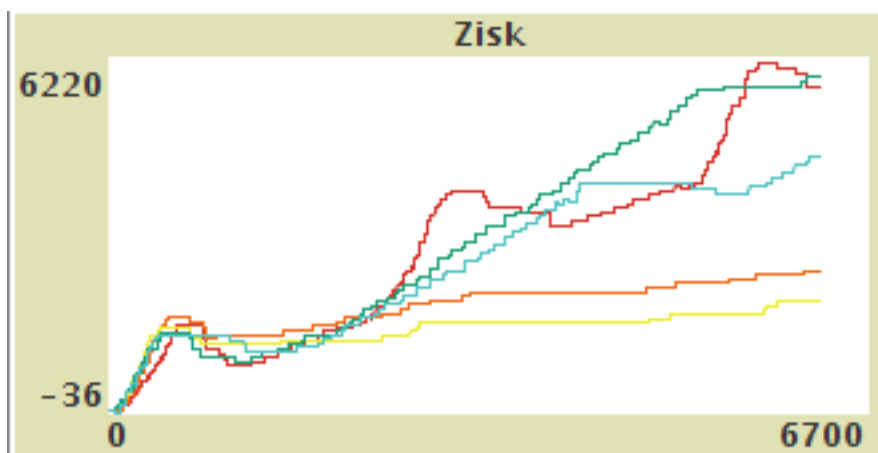
Každá z kombinací těchto parametrů byla spuštěna dvakrát po dobu 2000 kol a poté z těchto (konečných) údajů byly vypočítány hodnoty aritmetického průměrného zisku \bar{s}_c , průměrné velikosti stáda \bar{p}_c a průměrné hmotnosti dobytku \bar{h}_c .

V tabulce 1 uvádíme hodnoty prvních deseti kombinací⁵ řazeno sestupně dle průměrného celkového zisku.

Ukázalo se tedy poněkud překvapivě, že byrokratické opatření vedlo k nejvyšším ziskům. Za úvahu však stojí otázka, proč tomu tak je? Domníváme se, že odpověď je ukrytá v hodnotě parametru g_{min}^{zak} , který pro kombinace s vysokým ziskem je taktéž velmi vysoký, či přímo maximální. V modelu pak dochází k velké ochraně půdy před naprostým vypasením, aniž by se o to museli jednotliví hospodáři jakkoliv zajímat. Dalším faktorem, který má na tomto výsledku podíl je hodnota parametru t , která byla taktéž zvolena velmi nízko. Z těchto pohnutek a domněnky, že se jedná o artefakt modelu jsme se rozhodli uskutečnit ještě jeden experiment s parametrem $t \in \{2, 3\}$, kde se potvrdila hypotéza o extrémní citlivosti na tento parametr a při $t = 2$ byla hodnota $\bar{s}_c \sim 1000$ a při $t = 3$ již průměrný zisk divergoval k záporným hodnotám.

Dalším důvodem pro tento výsledek je primitivní model adaptace na stav pastviny, který se uplatňuje v případě privatizace. Hospodář tak nejdříve musí projít sérií omylů, než zjistí vhodný minimální

⁵Zmíněny jsou jen variabilní parametry.



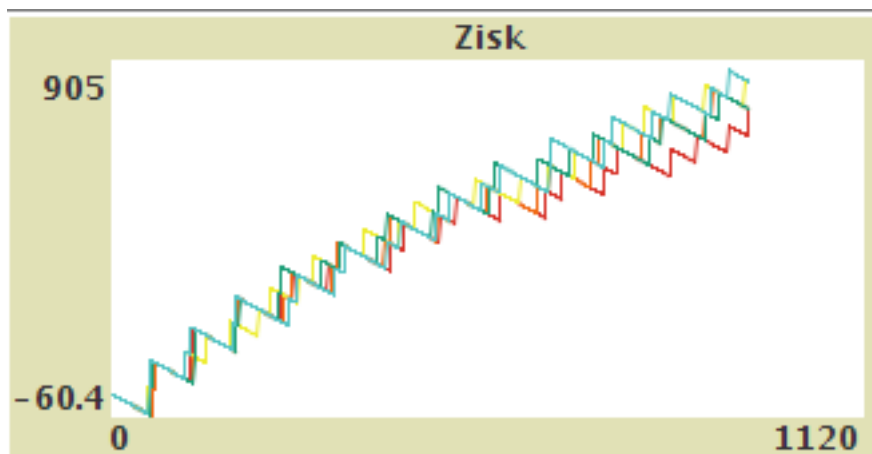
Obrázek 2: Vývoj zisků u privatizace

podíl zeleně. V čase však navíc riskuje, takže z hlediska modelové situace nemůže konkurovat modelu, ve kterém se explicitně nastaví nejuvhodnější váhy – ty v tuto chvíli představují apriorní znalost vedoucí k vyššímu zisku. Jedná se tedy opět o artefakt modelu. Nicméně i přes tato omezení je patrné, že po počátečních neúspěších někteří hospodáři správně akomodují svůj odhad potřebné zeleně a jejich křivka zisku má podobně lineární průběh, jako nejlepší varianta z tabulky 1 – viz obr. 2 pro průběh zisků v nejlepší kombinaci z tabulky 1, ale se změněným opatřením (privatizace namísto byrokracie).

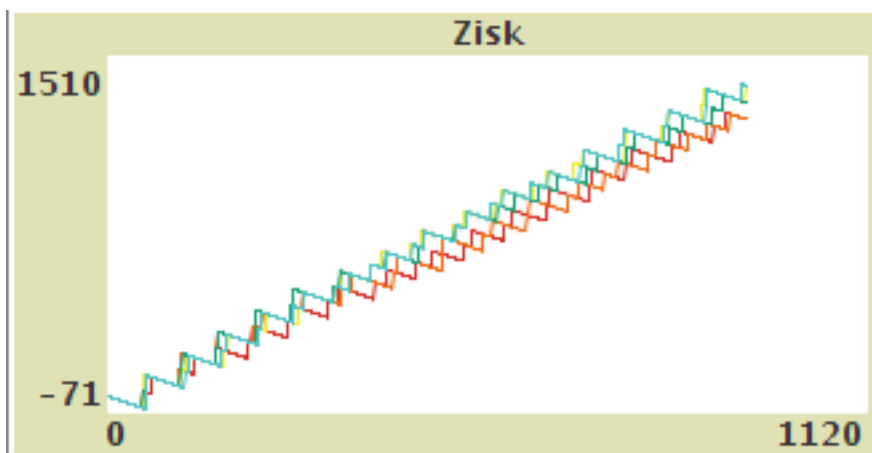
Z naměřených dat nijak neplyne, že by tvar vodního toku nějak ovlivňoval hospodářský výsledek. To může být způsobeno nízkou hodnotou z^Δ . Po jisté modifikaci modelu by tak po zvýšení této hodnoty a zapracování ničení půdy chůzí dobytka bylo možno sledovat vliv cestování krav za vodou a tím i poškozování části pastviny.

Z tabulky je však naopak na první pohled zřejmé, že většina kombinací je s cestou uprostřed. Pokud například porovnáme nejlepší variantu s adekvátní kombinací se změněnou cestou (umístěnou vespod), zjistíme, že zisk je pouhých $\bar{s}_c = 1577.5$! Důvodem je proto zřejmě to, že nové krávy chodí vždy na pastvu po cestě a to je v případě cesty vespod a trávy v horních částech pastviny zdržuje. Na zisku se tento fakt projevuje větší rozkolísaností, jak je patrné z obrázků 3 a 4.

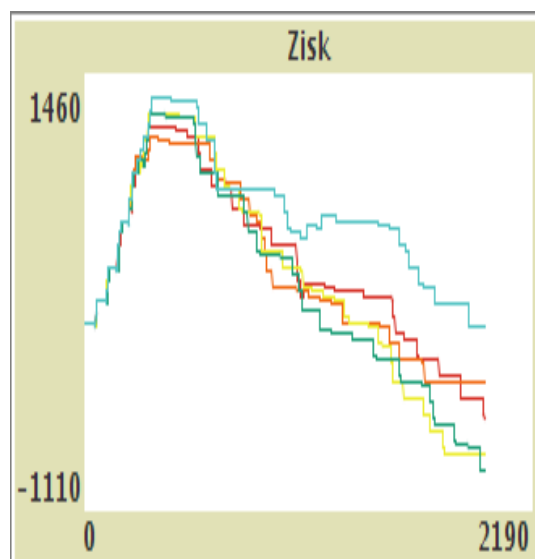
Pokud není zvoleno žádné opatření a obecní pastvina je tak přístupná bez jakýchkoliv regulací, realizuje nejprve každý hospodář zisk, načež



Obrázek 3: Cesta vespod



Obrázek 4: Cesta uprostřed



Obrázek 5: Zisky na obecní pastvině

se vzápětí po vyčerpání půdy začne propadat do ztráty, jak je patrné z obrázku 5.

Lze tedy říci, že obecní pastvina bez jakýchkoliv regulací je nejhorší možná varianta. Dále se ukázalo, že zatímco při stanovených parametrech neměla situovanost vodního toku na zisk vliv, v případě tvaru cesty byl tento vliv již zřejmý. Jako nejlepší opatření se ukázala být byrokratická kontrola, jejíž vhodnost však extrémně závisí na velikosti nákladů na tuto byrokracii a dále na schopnosti stanovit optimální počet kusů dobytka na daný pozemek, což v praxi může představovat problém. Privatizace se ukázala jako efektivní řešení i při velmi jednoduchém způsobu učení, resp. akomodace.